

## DEVOIR LIBRE (2BAC SVT-PC)

pr : YAHYA ASAAD

19 novembre 2020

### EXERCICE I

Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x-1}-1}{\sqrt{x-1}-1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 - x - 1} - 2x - 1$

### EXERCICE II

Soit  $f$  une fonction continue sur l'intervalle  $[a, b]$  et à valeurs dans l'intervalle  $[a, b]$  ( $\forall x \in [a, b]; f(x) \in [a, b]$ )

Montrer que la fonction  $f$  admet au moins un point fixe

(c-à-d:  $(\exists c \in [a, b]); f(c) = c$ )

### EXERCICE III

On considère la fonction  $f$  définie sur  $I = [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  par :

$$f(x) = x^2 - x \sin(x) - \cos(x)$$

1. Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $I$ .
2. Montrer qu'il existe un unique réel  $\alpha$  de l'intervalle  $I$  tel que  $f(\alpha) = 0$ .
3. A quel des intervalles  $]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}[$  et  $]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}[$  appartient-il le réel  $\alpha$ ? Justifier la réponse.
4. Donner le tableau de signe de la fonction  $f$  sur  $I$ .

**EXERCICE IV**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathfrak{R}$  par :  $f(x) = x^3 + x$ .

1. Montrer que la fonction  $f$  admet une fonction réciproque  $g$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer .
2. Dresser le tableau de variations de la fonction  $g$ .
3.  $(\forall x \in \mathfrak{R}) (g(x))^3 + g(x) = x$ .
4. Montrer que pour tout  $x \in \mathfrak{R}^+ : g(x) \leq x$   
puis calculer la limite :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{(g(x))^3}$ .

**EXERCICE V**

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{\sqrt[3]{256} \times \sqrt[4]{64}}}{\sqrt[3]{1024} \times \sqrt[6]{64 \times 10^6}} ; B = \frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt{9})^3}{\sqrt[4]{27} \times \sqrt{\sqrt{3}}} ; C = \frac{\sqrt[4]{2048} \times \sqrt[4]{160000}}{\sqrt[8]{4096} \times \sqrt[3]{\sqrt{256} \times \sqrt{512}}}$$

” DO MORE THAN JUST EXIST ”